

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास

कोर्स कोड : Course Code: CSSMM-01	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Calculus</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
--------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट – (Instructions)

1. Attempt any three questions section A and Four questions section B.  
खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।
2. Question No. 1 to 9 are long answer questions answer should be in 800 to 1000 words  
प्रश्न संख्या 1 से 9 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न है जिनका उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखना है।
3. In each of the question No. 4 to 7 there are short answer questions answer should be  
given in 200 to 300 words.  
प्रश्न संख्या 4 से 7 लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिनका उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखना है।

**खण्ड – 'अ'**  
**Section 'A'**  
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न  
Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों का उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18  
Maximum Marks: 18

1. लेगरॉन्ज प्रमेय को लिखकर सिद्ध करें।

State and prove Lagrange's mean value theorem.

2. यदि  $y = \sin(m \sin^{-1}x)$  हो तो  $(Y_n)_0$  ज्ञात करें।

if  $y = \sin(m \sin^{-1}x)$  then find  $(Y_n)_0$

3. ज्ञात करें %

Find :

$$(a) \frac{d}{dx} \left( (\cos x)^{\tan x} + (\cot x)^{\sin x} \right)$$

मैकलॉरियन प्रमेय के सहयोग से  $y = \log(1 + \sin x)$  का विस्तार लिखें।

- (b) Expand  $y = \log(1 + \sin x)$  by Maclaurin's theorem.

4. रोलस प्रमेय को लिखकर सिद्ध करें ?

State and prove Roll's theorem.

5. निम्न वास्तविक मान फलन  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{जब } x \text{ परिमेय है} \\ 0 & \text{जब } x \text{ अपरिमेय है} \end{cases}$$

की सतत्ता की जाँच कीजिए।

Investigate the continuity for the realvalued function  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) \begin{cases} x & \text{when } x \text{ is rational} \\ 0 & \text{when } x \text{ is irrational} \end{cases}$$

6. यदि  $y = [\log(x + \sqrt{x^2 + 1})]^2$  तब  $(y_n)0$  का मान ज्ञात करें।

If  $y = [\log(x + \sqrt{x^2 + 1})]^2$  then find the value of  $(y_n)0$

7. दिखाइये कि  $x \rightarrow 0$   $\frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \frac{1}{2}$

Show that  $x \rightarrow 0$   $\frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \frac{1}{2}$

8. वक्र की अनन्तस्पर्शी परिभाषित कीजिये तथा वक्र  $y = \frac{2}{x-3}$  की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये।

Define asymptote of a curve and hence find asymptotes of the curve  $y = \frac{2}{x-3}$

9. यदि  $I_n = \int_0^{\lambda} \tan^n x \, dx$  तो दिखाइये कि  $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$

If  $I_n = \int_0^{\lambda} \tan^n x \, dx$  show that  $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$

**खण्ड - ब**

**Section - B**

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12

Maximum Marks: 12

**नोट :** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. लागरान्ज प्रमेय को अन्तराल  $[0, \frac{1}{2}]$  में फलन  $f(x) = x(x-1)(x-2)$  सत्यापित कीजिए।

Verify lagrange's theorem for the function  $f(x) = x(x-1)(x-2)$  in  $[0, \frac{1}{2}]$

2- ज्ञात करें :  $x \rightarrow \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

Evaluate :  $x \rightarrow \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

3. टेलर प्रमेय से सिद्ध कीजिए कि-

$$e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{3!} + \frac{2^2 x^4}{4!} - \frac{2^2 x^5}{5!} + \dots$$

Using Taylor's theorem prove that

$$e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{3!} + \frac{2^2 x^4}{4!} - \frac{2^2 x^5}{5!} + \dots$$

4. यदि  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^4 x \, dx$  तब द्वाइयें कि  $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$

If  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^4 x \, dx$  then show that  $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$

5- ज्ञात करें।

Evaluate.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan x}{x^2} \right)$$

Discuss the continuity of  $f(x)$  at  $x = a$ .

6. फलन  $f(x)$  की  $x = a$  पर सातत्यता ज्ञात करें।

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{a} - a & x < a \\ 0 & x = a \\ a - \frac{a^2}{x} & x > a \end{cases}$$

7- अवकलन ज्ञात करें।

Differentiate.

$$\left( \frac{2e^{-x} \cos x}{1+x^4} \right)^{1/2}$$

8. बिन्दु  $x = 2$  के समीप फलन  $f(x) = 3x^4 - 6x^2 + 5x + 9$  को टेलर श्रेणी की सहायता से विस्तार करें।

Expand  $f(x) + 3x^4 - 6x^2 + 5x + 9$  in Taylor series about the point  $X = 2$

9. फलन  $x = a(t - \cos t)$ ,  $y = a(t + \cos t)$  के रेखाचित्र का अनुरेखण करें।

Draw the graph of the function  $x = a(t - \cos t)$ ,  $y = a(t + \cos t)$

10. यदि  $y = x^n - 1 \log x$  तो दवाँ अवकलन ज्ञात करें।

If  $y = x^n - 1 \log x$ , then find  $n^{\text{th}}$  derivative.

प्रश्न-4 फलन  $(\log e^x)^{\sin x}$  का  $x$  के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिये।

Q.No. 4 : Find  $\frac{dy}{dx}$  of function  $(\log e^x)^{\sin x}$  with respect to  $x$ .

प्रश्न-5 अन्तराल  $[-3,1]$  में फलन  $f(x) = (x^2 + 2x - 3)^{e^x}$  के लिए रोले की प्रमेय की सत्यता की जाँच कीजिए।

Q.No. 5 : Verify Rolle's theorem for the function  $f(x) = (x^2 + 2x - 3)^{e^x}$  in the interval  $[-3,1]$

प्रश्न-6 सिम्पसन  $3/8^{\text{th}}$  नियम का उपयोग करके  $\int_0^6 \frac{1}{1+x} dx$

Q.No. 6 : Using Simpson's  $3/8^{\text{th}}$  rule evaluate  $\int_0^6 \frac{1}{1+x} dx$

प्रश्न-7 यदि  $y = e^{an} \sin bn$  तो सिद्ध कीजिए कि  $y_2 - 2ay_1 + (a^2 + b^2)y = 0$

Q.No. 7 : If  $y = e^{an} \sin bn$  prove that  $y_2 - 2ay_1 + (a^2 + b^2)y = 0$  .

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास

कोर्स कोड : Course Code: CSSMM-02	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Linear Algebra</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
--------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट- (Instructions)

1. Attempt any three questions section A and Four questions section B.  
खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।
2. Question No. 1 to 9 are long answer questions answer should be in 800 to 1000 words  
प्रश्न संख्या 1 से 9 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न है जिनका उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखना है।
3. In each of the question No. 4 to 7 there are short answer questions answer should be  
given in 200 to 300 words.  
प्रश्न संख्या 4 से 7 लघु उत्तरीय प्रश्न है, जिनका उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखना है।

खण्ड - 'अ'  
Section 'A'  
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न  
Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों क उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18  
Maximum Marks: 18

1. यदि  $V$  एक सीमित विमीय सदिश समष्टि है और  $T : V \rightarrow V^1$  एक रेखीय प्रतिचित्रण है, तो सिद्ध कीजिए कि  $V$  की बीमा =  $T$  की कोटि  $T$  की शून्यता

If  $V$  is a finite dimensional vector space and  $T : V \rightarrow V^1$  is a linear map, then prove that  $\text{Lim } V = \text{rank } T + \text{nullity } T$

2. रेखीय रूपान्तरण  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $T(x, y, z) = (2x + y, y-z, 2y + 4z)$  द्वारा परिभाषित, के सभी अभिलाक्षणिक मान तथा अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए। क्या  $T$  विकर्णीय है?

Find all eign values and eign vectors of a linear transformation  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , defined as  $T(x, y, z) = (2x + y, y-z, 2y + 4z)$ . Is  $T$  diagonalizatable?

3. अन्तः गुणन समष्टि में सदिश के नार्म को परिभाषित कीजिए। यदि  $a$  तथा  $b$  एक अन्तः गुणन समष्टि  $(V, \langle \rangle)$  के दो रैखिक स्वतंत्रा सदिश हैं, तो सिद्ध कीजिए कि

$$|\langle a, b \rangle| < \|a\| \|b\|.$$

Define the norm of a vector in an inner product space. If  $a$  and  $b$  are two linearly independent vectors of an inner product space  $(V, \langle \rangle)$ , then prove that

$$|\langle a, b \rangle| < \|a\| \|b\|.$$

1. यदि  $w_1$  तथा  $w_2$  कोई दो उप सीमित विमीय सदिश समष्टि हो तो दर्शित कीजिए कि विमा  $(w_1 + w_2) = \text{विमा } w_1 + \text{विमा } w_2 - \text{विमा } (w_1 \cap w_2)$

If  $w_1$  and  $w_2$  are any two finite subspaces of a vector space  $V$  then show that  $\dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cap w_2)$

2. दो वर्गीय आव्यूह  $A$  और  $B$  के लिए सिद्ध कीजिए

(a) अवषेय  $(A+B) = \text{अवषेय } A + \text{अवषेय } B$

(b) अवषेय  $(AB) = \text{अवषेय } (BA)$

For two square matrices  $A$  and  $B$  show that

$$\text{trace}(A+B) = \text{trace } A + \text{trace } B$$

$$\text{trace}(AB) = (\text{trace } BA)$$

3. बेसेल असर्वसमिका किसी अन्तः गुणन समष्टि हेतु उद्धृत कीजिए तथा सिद्ध कीजिए।

State and prove Bessel's inequality in and Inner product space.

प्रश्न-1 यदि  $W_1, W_2$  दो सदिश समष्टि एक क्षेत्र  $F$  पर है। यदि  $\dim(W_1) = m$  तथा  $\dim(W_2) = n$  हो तो दिखाइये  $\dim(W_1 \text{ and } W_2) = \dim(W_1) + \dim(W_2) - \dim(W_1 \cap W_2)$

Q.No. 1: If  $W_1$  and  $W_2$  be two vector spaces over the same field  $F$ . If  $\dim(W_1) = m$  and  $\dim(W_2) = n$  then show that  $\dim(W_1 \text{ and } W_2) = \dim(W_1) + \dim(W_2) - \dim(W_1 \cap W_2)$

प्रश्न-2 आव्यूह  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$  के सभी आयमान तथा आयमान सदिशों को ज्ञात कीजिए।

Q.No. 2 Find the eigen Values and eigen vectors of thel matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

प्रश्न-3 माना कि  $\mathbb{R}^2$  पर  $f$  एक बाइलिनियर फॉर्म है। जो  $f((x_1, x_2) (y_1, y_2)) = (2x_1y_1 - 3x_1y_2 + 3x_1y_2 + x_2y_2)$  से परिभाषित हो तो  $B_1\{(1,0) (1,-1)\}$  तथा  $B_2\{(2,1) (1,1)\}$  के सापेक्ष एक आव्यूह  $P$  ज्ञात कीजिए।

Q.No. 3 : Let  $f$  be a bilinear form of  $\mathbb{R}^2$  defined as  $f((x_1, x_2) (y_1, y_2)) = (2x_1y_1 - 3x_1y_2 + 3x_1y_2 + x_2y_2)$  then find a  $B_1\{(1,0) (1,1)\}$  and  $B_2\{(2,1) (1,-1)\}$  matrix  $P$  with respect to  $B_1$  and  $B_2$ .

खण्ड - ब

Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न  
Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12  
Maximum Marks: 12

**नोट :** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

4. सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र हरमिशियन आव्यूह के सभी चारित्रिक मूल वास्तविक हैं।

Prove that the characteristics roots of a complex hermitian matrix are all real.

5. यदि  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $T(x, y) = (x + y, x - y, y)$  द्वारा परिभाषित प्रतिचित्रण रेखीय है, तो  $T$  की कोटि (जाति) तथा शून्यता ज्ञात कीजिए।

If a map  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  be defined by  $T(x, y) = (x + y, x - y, y)$  is linear, find rank and nullity of  $T$ .

6. एक फलन  $f, \mathbb{R}^2$  पर निम्नप्रकार से परिभाषित है :

$$f(x, y) = (x_1 - y_1)^2 + x_1 y_2, \text{ जहाँ } x = (x_1, x_2) \text{ and } y = (y_1, y_2)$$

क्या  $f$  एक द्विरेखीय रूप है? जाँच कीजिए।

A function  $f$  is defined on  $\mathbb{R}^2$  as follows :

$$f(x, y) = (x_1 - y_1)^2 + x_1 y_2, \text{ where } x = (x_1, x_2) \text{ and } y = (y_1, y_2)$$

If  $f$  a bilinear forms? Verify.

7. यदि  $V$  क्षेत्र  $F$  पर सदिश समष्टि इस प्रकार है कि इसका कोई उचित उपसमष्टि नहीं है, तो दर्शाइए कि  $V = \{0\}$  अथवा  $V$  की बीमा एक है।

Let  $V$  be a vector space over a field  $F$  such that it has no proper subspace. Then show that either

$$V = \{0\} \text{ or } \dim V = 1.$$

4 सिद्ध कीजिए कि आव्यूह  $B$  तथा  $P^{-1} B P$  आव्यूह के चारित्रिक मूल समान है

Show that the characteristic roots of matrix  $B$  and matrix  $P^{-1} B P$  are same.

5 निम्न में कौन प्रतिचित्रण रेखीय है जबकि  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

(अ)  $T(x_1, x_2) = (1 + x_1, x_2)$

(ब)  $T(x_1, x_2) = (x_2, x_1)$

which of the following is a linear transformation where  $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

(a)  $T(x_1, x_2) = (1 + x_1, x_2)$

(b)  $T(x_1, x_2) = (x_2, x_1)$

- 6 सिद्ध कीजिए कि कोई रेखीय रूपान्तरण विकर्णीय है यदि उसके अभिलाक्षणिक मूलों की संख्या सीमित विमीय सदिष समष्टि के बराबर है।

Prove that a linear transformation on vector space is diagonalizable if the eigen values of the transformation are as much equal as dim of vector space.

- 7 यदि  $F$  कालम सदिष का सदिष समष्टि है तथ  $A$ ,  $n$  कोटि की वर्ग आव्यूह है तब सिद्ध कीजिए कि  $f : F \times F \rightarrow F$

जहाँ  $f(X, Y) = X^t AY$  एक द्विरेखीय रूप है।

If  $F$  is a vector space of column vectors and  $A$  be a square matrix of order  $n$  then show that  $f : F \times F \rightarrow F$  where  $f(X, Y) = X^t AY$  is a bilinear form on vector space.

प्रश्न-4 सिद्ध कीजिए कि समान आव्यूह के आयगन मान भी समान होंगे।

Q.No. 4 : Prove that eigen values of similar matrices are similar.

प्रश्न-5 दो समुच्चयों का सममित अन्तर परिभाषित कीजिए तथा दिखाइये कि सममित अन्तर साहचर्य नियम का पालन करता है।

Q.No. 5 : Define Symmetric difference of two sets. Show that symmetric differences is as sociative.

प्रश्न-6 यदि  $f : X \rightarrow Y$  एक फलन है। यदि  $A \subseteq X, B \subseteq X$  तो दिखाइये  $f(A \cup B) \subseteq f(A) \cup f(B)$ .

Q.No. 6 : Let  $f : X \rightarrow Y$  be a map. Let  $A \subseteq X, B \subseteq X$  then show that  $f(A \cup B) \subseteq f(A) \cup f(B)$ .

प्रश्न-7 इनर प्रोजेक्ट स्पेस को उदाहरण के साथ परिभाषित कीजिए।

Q.No. 7 : Define inner product space with an example.



# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास

कोर्स कोड : Course Code: CSSMM-04	कोर्स शीर्षक:— (Course Title) <b>Elementry Algebra</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
--------------------------------------	---	---------------------------------------

नोट— (Instructions)

1. Attempt any three questions section A and Four questions section B.  
खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड — 'अ'  
Section 'A'  
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न  
Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों क उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।  
Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18  
Maximum Marks: 18

1. (क) यदि **a, b, c** असमान तथा धनात्मक हैं, तो दर्शाइए कि

$$\frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} + \frac{ab}{a+b} < \frac{1}{2} (a+b+c)$$

- (a) If **a, b, c** are positive and unequal, then show that

$$\frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} + \frac{ab}{a+b} < \frac{1}{2} (a+b+c)$$

- (ब) हल कीजिए :  $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 1 = 0$ .

- (b) Solve :  $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 1 = 0$

2. (क) सिद्ध कीजिए—

$$\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix} = 2(x+y+z)^3$$

- (a) Prove that—

$$\begin{vmatrix} x+y+2z & x & y \\ z & y+z+2x & y \\ z & x & z+x+2y \end{vmatrix} = 2(x+y+z)^3$$

(ब) यदि समीकरण  $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$  के मूल हरात्मक श्रेणी में हैं, तो सिद्ध कीजिए कि

$$2q^3 = r(3pq - r).$$

(b) If the roots of the equation  $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$  are in harmonic progression, then prove that

$$2q^3 = r(3pq - r).$$

3.  $\lambda$  तथा  $\mu$  के किन मानों के लिए समीकरणों के समूह का

$$x + y + z = 6$$

$$x - 2y + 3z = 10$$

$$x + 2y + 2z = \mu$$

(i) को हल नहीं है।

(ii) एक अद्वितीय हल है।

(iii) अभिमित हल है।

For what values of  $\lambda$  and  $\mu$  the system of equations has

$$x + y + z = 6$$

$$x - 2y + 3z = 10$$

$$x + 2y + 2z = \mu$$

(i) No solution.

(ii) A unique solution.

(iii) On infinite solutions.

4 (a) समीकरण  $(z^2 - 2^2) = (1 + i)^2$  को हल कीजिये।

Solve the equation  $(z^2 - 2^2) = (1 + i)^2$

(b) कार्डानो विधि से त्रिघात समीकरण  $2x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$  को हल कीजिये।

Solve the cubic equation  $2x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$  by Cardano's method.

5 (a) समीकरण तंत्र के सभी हल ज्ञात कीजिये।

$$x - y + z = 0, -3x + y - 4z = 0, 7x - 3y - 9z = 0 \text{ तथा } 4x - 2y - 5z = 0$$

Find all the solutions of the system of equations

$$x - y + z = 0, -3x + y - 4z = 0, 7x - 3y - 9z = 0 \text{ and } 4x - 2y - 5z = 0$$

(b) धनात्मक वास्तविक  $x, y, z$  के लिए यदि  $x^3 + y^3 + z^3 = 81$  हो तो सिद्ध कीजिए कि  $x + y + z \leq 9$

If  $x, y, z$  such that  $x^3 + y^3 + z^3 = 81$ , then Prove that  $x + y + z \leq 9$

6 (a) चतुर्घात समीकरण  $x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 10x - 3 = 0$  को हल कीजिए।

Solve the biquadratic equation  $x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 10x - 3 = 0$

(b) यदि  $n$  कोई धन पूर्णांक संख्या है तो सिद्ध करें

$$(\sqrt{3} + i)^n + (\sqrt{3} - i)^n = 2^{n+1} \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right)$$

If  $n$  is a positive integer then prove that

$$(\sqrt{3} + i)^n + (\sqrt{3} - i)^n = 2^{n+1} \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right)$$

7. क्रमर के नियम की सहायता से निम्नलिखित समीकरण हल कीजिए।

Solve with the help of cramer's rule the simultaneous eqns,

$$x+y+z = 3$$

$$x+2y+3z = 4$$

$$x+4y+9z = 6$$

8. 60 लोगों के सर्वेक्षण में पाया गया कि 25 लोग समाचार पत्र H, 26 लोग समाचार पत्र T, 26 लोग समाचार पत्र I, 9 लोग H तथा I दोनों, 11 लोग H तथा T दोनों, 8 लोग T तथा I दोनों और 3 लोग तीनों समाचार पत्र पढ़ते हैं तो निम्नलिखित ज्ञात कीजिए कि कम से कम एक समाचार पत्र पढ़ने वाले की संख्या कितनी है।

8. In a survey of 60 people, it was found that 25 people read Newspaper H, 26 read Newspaper T, 26 read Newspaper I, 9 read both H & I, 11 read both H and T, 8 read both T and I, 3 read all these news paper. Find number of people who read at least one of the newspaper.

9. A तथा B का मान ज्ञात कीजिए। यदि  $\left(\frac{l-i}{l+t}\right)^{36} = A + iB$

Find the values of A and B, if  $\left(\frac{l-i}{l+t}\right)^{36} = A + iB$

**खण्ड - ब**

**Section - B**

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12  
Maximum Marks: 12

**नोट :** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1.  $\sin^6\theta$  को  $\cos \theta$  के पदों में व्यक्त कीजिए।

Express  $\sin^6\theta$  in terms of multiple of  $\cos \theta$ .

2. यदि  $\alpha, \beta$ , समीकरण  $x^4 - 3x - 6 = 0$  के मूल हों, तो  $\alpha^4 + \beta^4$  का मान ज्ञात कीजिए।

If  $\alpha, \beta$  are roots of the equation  $x^3 - 3x - 6 = 0$  then find the value of  $\alpha^4 + \beta^4$ .

3. हल कीजिए :  $7^{2x} + 2.7^x - 15 = 0$

Solve :  $7^{2x} + 2.7^x - 15 = 0$

4. सिद्ध कीजिए कि -  $A \cup B = A \cap B$  यदि और केवल यदि  $A = B$

Prove that -  $A \cup B = A \cap B$  if  $A = B$

5.  $(1 - i\sqrt{3})^5$  को  $(a + ib)$  रूप में व्यक्त कीजिए।

Express  $(1 - i\sqrt{3})^5$  in the form  $a + ib$ .

6. यदि  $n$  एक धनात्मक पूर्णांक संख्या है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$(\sqrt{3} - i)^n + (\overline{\sqrt{3} - i})^n = 2^{n+1} \cos \frac{n\pi}{6}$$

If  $n$  is a + Ve integer, then prove that

$$(\sqrt{3} - i)^n + (\overline{\sqrt{3} - i})^n = 2^{n+1} \cos \frac{n\pi}{6}$$

7. सिद्ध कीजिए  $(1 + \cos\theta + i \sin\theta)^n + (1 + \cos\theta - i \sin\theta)^n = 2^{n+1} \cos^n \frac{\theta}{2} \times \cos \left(\frac{n\theta}{2}\right)$

Prove that  $(1 + \cos\theta + i \sin\theta)^n + (1 + \cos\theta - i \sin\theta)^n = 2^{n+1} \cos^n \frac{\theta}{2} \times \cos \left(\frac{n\theta}{2}\right)$

8. सिद्ध कीजिए  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Prove that  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

9. यदि  $\alpha, \beta$  समीकरण  $3x^2 - 2x - 16 = 0$  के मूल हों तो  $\alpha^4 + \beta^4$  का मान ज्ञात करें।

If  $\alpha, \beta$  are roots  $3x^2 - 2x - 16 = 0$  of then find the value of  $\alpha^4 + \beta^4$

10. समीकरण  $|z - 5 - 6i| = 4$  के बिन्दुओं से निर्मित  $Z$  बिन्दुपथ को ज्ञात करें।

What is locus of the points  $Z$  represented by  $|z - 5 - 6i| = 4$

11. सम्मिश्र संख्या  $(-3 + \sqrt{3}i)$  का ध्रुवीय रूप ज्ञात कीजिये।

Find the polar form of complex number  $(-3 + \sqrt{3}i)$

12. निम्नलिखित असमिकाओं को हल कीजिए।  $|x - 1| \leq s$ ;  $|x| \geq 2$

Solve the following system of inequations.  $|x - 1| \leq s$ ;  $|x| \geq 2$

13. यदि  $w_1, w_2$  इकाई के घनमूल हों तो सिद्ध कीजिए  $(1 + 5w^2 + w^4)(1 + 5w + w^2)(5 + w + w^2) = 64$

If  $w_1, w_2$  are three cube roots of unity prove that  $(1 + 5w^2 + w^4)(1 + 5w + w^2)(5 + w + w^2) = 64$

14. यदि समीकरण  $ax^2 - 3x + 1 = 0$  का एक मूल  $2+i$  हो तो  $a$  का मान ज्ञात कीजिए।

If equation  $ax^2 - 3x + 1 = 0$  has one root as  $2+i$  then find the value of  $a$ .

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास

कोर्स कोड : Course Code: CSSMM-05	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Analytical Geometry</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
--------------------------------------	---	---------------------------------------

नोट- (Instructions)

1. Attempt any three questions section A and Four questions section B.  
खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड - 'अ'  
Section 'A'  
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न  
Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों क उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।  
Note: All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18  
Maximum Marks: 18

1. Find the equation of tangent at  $(r_1, \theta_1)$  to the conic

$$\frac{\ell}{r} = 1 + e \cos \theta$$

शंकु  $\frac{\ell}{r} = 1 + e \cos \theta$  dk  $(r_1, \theta_1)$  पर स्पर्शी का समीकरण लिखें।

2. Find the shortest distance between the Lines  $r = a + t b$  and  $r = c + s d$

रेखाओं  $\bar{r} = \bar{a} + t \bar{b}$  तथा  $\bar{r} = \bar{c} + s \bar{d}$  के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात करें।

3. Find the equation of the cone whose generating curve is  $X^2 + Y^2 + Z^2 = a^2$  and  $X + Y + Z = 1$ , whose vertex is  $(O, O, O)$ .

शंकु का समीकरण लिखें जिसका जनरेटिंग वक्र  $X^2 + Y^2 + Z^2 = a^2$  तथा  $X + Y + Z = 1$  है, तथा Vertex  $(O, O, O)$  है।

4. शंकु का समीकरण ज्ञात करें जिसका शीर्ष  $(1,2,3)$  है तथा जनित करने वाला वक्र एक वृत्त है जिसका समीकरण  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ,  $x+y+z=1$  है।

Find the equation of the cone whose vertex is  $(1,2,3)$  and guidelines curve the circle  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ,  $x+y+z=1$ .

5. सिद्ध कीजिए की दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  के केन्द्र से डाले गये स्पर्षी का बिन्दुपथ स्पर्षी समतल पर  $a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2y^2z^2)^2$  होगा।

Prove that the locus of the perpendicular drawn from the centre of the ellipsoid  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  to the tangent planes is  $a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2y^2z^2)^2$

6. रेखाओं  $\frac{x+3}{-4} = \frac{y-6}{3} = \frac{z}{2}$  तथा  $\frac{x+2}{-4} = \frac{y}{1} = \frac{z-7}{1}$  के उभयनिष्ठ लम्ब की लम्बाई तथा समीकरण ज्ञात कीजिये।

Find the length and equation of the common perpendicular to the lines  $\frac{x+3}{-4} = \frac{y-6}{3} = \frac{z}{2}$  and  $\frac{x+2}{-4} = \frac{y}{1} = \frac{z-7}{1}$

7. यदि PSP' एक शांकव की एक नाभीय जीवा हो तो सिद्ध कीजिए कि P और P' पर स्पर्षीयों के बीच का कोण  $\tan^{-1}\left(\frac{2c \sin x}{1-e^2}\right)$  है। जहाँ जीवा एवं अल के बीच का कोण है।

If PSP' is a focal chord of a conic, then prove that the angle between the tangents at P and P' is :  $\tan^{-1}\left(\frac{2c \sin x}{1-e^2}\right)$  where r is the angle between the chord and the axis.

8. सिद्ध कीजिए कि रेखा  $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$  शांकव  $\frac{l}{r} = 1 + c \cos \theta$  को स्पर्ष करेगी यदि  $(A - e)^2 + B^2 = 1$

Prove that  $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$  the line will touch cone  $\frac{l}{r} = 1 + c \cos \theta$  if  $(A - e)^2 + B^2 = 1$ .

9. यदि  $r_1$  तथा  $r_2$  त्रिज्याओं के दो गोले एक दूसरे को लम्बवत् काटते हों तो सिद्ध कीजिए कि उभयनिष्ठ वृत्त की त्रिज्या  $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$  है।

If two spheres of radii  $r_1$  and  $r_2$  cut orthogonally. Prove that the radius of the common circle is

$$\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$$

**खण्ड - ब**

**Section - B**

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12  
Maximum Marks: 12

**नोट :** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. शांकव  $\frac{1}{r} = a\cos\theta + b\sin\theta$  की उत्केन्द्रमा तथा लैटस रेक्टम की लम्बाई ज्ञात करें।

Find the eccentricity and length of latus rectum of the conic  $\frac{1}{r} = a\cos\theta + b\sin\theta$ .

2. उस समतल का समीकरण ज्ञात करें जो (1, -1, 2) से गुजरता है तथा समतल  $2x + 3y - 4z = 8$  तथा  $3x - 2y + 3z = 6$  पर लम्बवत् है।

Find the equation of a plane which passes through (1, -1, 2) and which is perpendicular to the planes  $2x + 3y - 4z = 8$  and  $3x - 2y + 3z = 6$

3. (a, o, o), (o, b, o), (o, o, c) तथा (o, o, o) से गुजरने वाले गोले का समीकरण ज्ञात करें।

Find the equation of the sphere passing (a, o, o), (o, b, o), (o, o, c) and (o, o, o).

4. गोला  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x + 3y + 4z + 22 = 0$  के (-1, -2, 3) पर स्पर्शी का समीकरण ज्ञात करें।

Find the equation of the tangent at (-1, -2, 3) to the sphere  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x + 3y + 4z + 22 = 0$

5.  $r_1$  तथा  $r_2$  त्रिज्या वाले एवं एक दूसरे के लम्बवत् काटने वाले गोलों के प्रतिच्छेद वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

Find the radius of circle of inter-sector of two spheres having radii  $r_1$  and  $r_2$  and cutting each other orthogonally.

6. शांकव का अनुरेखण कीजिए।  $22x^2 - 12xy + 17y^2 - 112x + 92y + 178 = 0$

Trace the conic  $22x^2 - 12xy + 17y^2 - 112x + 92y + 178 = 0$

7. शांकव  $\frac{\ell}{r} = 1 + e\cos\theta$  की दो परस्पर लम्ब स्पर्शियों के कटान बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए।

Find the locus of the point of inter-section of two perpendicular tangents to the conic

$$\frac{\ell}{r} = 1 + e\cos\theta$$

8. अतिपखलज  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 16$  के बिन्दु (2,3,4) पर जनक रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिये।

Find the equation to the generating lines of the hyperboloid  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 16$  at the point (2,3,4)

9. दिखाइये कि मूलबिन्दु और बिन्दुओं (a, 0, 0), (0, b, 0) और (0, 0, c) से गुजरने वाले गोले का समीकरण  $x^2 + y^2 + z^2 - ax - by - cz = 0$  है।

Show that the equation of the sphere passing through the origin and points (a, 0, 0), (0, b, 0) and (0, 0, c) is  $x^2 + y^2 + z^2 - ax - by - cz = 0$ .

10. बिन्दुओं (1,2,3) और (2,3,5) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the line passing through the points (1,2,3) and (2,3,5).

11. बिन्दु (3, -1, 11) से रेखा  $\frac{x}{y} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$  पर डाले गये लम्ब की समीकरण ज्ञात कीजिए।



Find the equation of the perpendicular drawn from the point (3,-1,11) to the line  $\frac{x}{y} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$

12. यदि l, m, n किसी रेखा की दिक् कोज्जायें हैं तो सिद्ध कीजिए कि  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$

If l,m,n are direction cosines of a line, then prove that  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास

कोर्स कोड : Course Code: CSSMM-06	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Abstract Algebra</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
--------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट- (Instructions)

Attempt any three questions section A and Four questions section B.

खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

**खण्ड - 'अ'**

**Section 'A'**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

**नोट :** किन्हीं तीन प्रश्नों का उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. दिखायें कि इकाई का 6जी roots एक आबेली समूह समिश्र संख्याओं के गुणन के सापेक्ष होता है।  
Show that 6th roots of unity is an abelian group with respect to multiplication of complex numbers.
2. दिखायें कि परिमित आबेली इन्टीगरल परिक्षेत्रा एक फील्ड होगा।  
Show that a finite commutative integral domain is a field.
3. दिखायें कि प्रत्येक परिमित semigroup जिसमें निरस्तीकरण नियम लागू होता है, एक समूह होगा लेकिन इसके उल्टा सत्य नहीं होता है।  
Show that every finite semigroup in which cancellation laws hold, is a group but converse is not true.
4. समूह के समरकारिता का प्रधान प्रमेय लिखकर उसे सिद्ध करें।  
State and Prove fundamental theorem of group homomorphism.
5. दिखायें कि सभी निष्चित इन्टीगरल डोमैन एक फील्ड होगा।  
Show that every finite integral domain is a field.

6. यदि समूह  $G$  का  $M$  एक प्रसामान्य उपसमूह हो तथा  $H, G$  का उपसमूह हो तो दिखायें कि— (1)  $H \cap G$ ,  $H$  का एक परसामान्य उपसमूह है। (2)  $HN, G$  का एक उपसमूह है तथा (3)  $N, HN$  का प्रसामान्य उपसमूह है।

Let  $N$  be a normal subgroups of a group  $G$  and  $H$  be a subgroup of  $G$  then show that: (i)  $H \cap N$  is normal subgroup of  $H$  (ii)  $HN$  is a subgroup of  $G$  (iii)  $N$  is normal subgroup of  $HN$ .

7. समूह समकारिता के मुख्य प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।  
State and Prove fundamental theorem of group homomorphism.
8. सिद्ध कीजिए कि कोई भी अनन्त समूह  $(\mathbb{Z}, +)$  के समकारिक होगा।  
Prove that any infinite groups is isomorphic to  $(\mathbb{Z}, +)$ .
9. सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक निश्चित इन्टीग्रल डोमेन एक फील्ड होगा।  
Prove that every finite integral domain is a field.

**खण्ड – ब**  
**Section - B**  
लघु उत्तरीय प्रश्न  
Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12  
Maximum Marks: 12

**नोट :** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. एक आबेली समूह का उदाहरण दीजिए जो चक्रीय नहीं हो।  
Give an example of an abelian group which is not cyclic.
2. क्या  $(S_3, \cdot)$  तथा  $(\mathbb{Z}_6, +)$  समकारिक हैं? यदि हाँ तो कारण बतायें।  
Is  $(S_3, \cdot)$  and  $(\mathbb{Z}_6, +)$  isomorphic? If yes, give reasons.
3. क्या प्रत्येक prime ideal, एक अधिकतम पकमंस होता है किसी वलय  $(R, +, \cdot)$   
Is every prime ideal, maximal ideal in a ring  $(R, +, \cdot)$
4.  $(\mathbb{Z}_{12}, +)$  के सभी उपसमूहों को लिखें।  
Give all sub groups of  $(\mathbb{Z}_{12}, +)$
5. लेगरॉन्ज प्रमेय को लिखकर सिद्ध करें।  
State and prove Lagrange's theorem.

6. दिखायें कि किसी समूह में इकाई तथा प्रतिलोम अवयव हमेशा अकेला होता है।  
Show that in a group  $G$  identity and inverse of an element are always unique in  $G$ .
7. यदि  $f: G_1 \rightarrow G_2$  एक समूह समकालिक हैं तो दिखायें कि  $\text{kernel}(f)$   $G_1$  का एक प्रसामान्य उपसमूह होगा।  
Let  $f: G_1 \rightarrow G_2$  be a group homomorphism then show that  $\text{kernel } f$  is a normal subgroup of  $G_1$ .
8. यदि  $H$  तथा  $K$  के परिमित उपसमूह हों तो सिद्ध कीजिए—  $o(HK) = \frac{o(H)o(K)}{o(H \cap K)}$   
If  $H$  and  $K$  are finite subgroups of a group  $G$  then show that  $o(HK) = \frac{o(H)o(K)}{o(H \cap K)}$
9. यदि  $f: X \rightarrow Y$  तथा  $A, B, X$  के उपसमुच्चय हों तो दिखायें कि  $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$   
If  $f: X \rightarrow Y$  and  $A, B$  are subsets of  $X$ . then prove that  $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$
10. एक अचक्रीय समूह का उदाहरण बतायें जिसके सभी उपसमूह चक्रीय हों।  
Give an example of a non-cyclic group whose all subgroups are cyclic.
11. यदि  $I$  वलय  $R$  का एक गुणजावली हो तो दिखायें कि  $R/I = \{I+a: a \in R\}$  एक वलय होगा।  
Let  $I$  be an ideal of a ring  $R$  then show that  $R/I = \{I+a: a \in R\}$  form a ring.
12. सिद्ध कीजिए कि दो पूर्वग बहुपदों का गुणन भी एक पूर्वग बहुपद होगा।  
Prove that product of two primitive polynomials is also a primitive polynomial.
13. एक अचक्रीय समूह का उदाहरण दीजिए जिसके सभी उपसमूह चक्रीय हों।  
Give an example noncyclic group whose all subgroups are cyclic.
14.  $\mathbb{Z}/20$  के सभी शून्य जनित अवयवों को ज्ञात कीजिए।  
Find all zero divisor elements of  $\mathbb{Z}/20$ .
15. उदाहरण सहित यूनिक फैक्टराइज्म डोमेन को परिभाषित कीजिए।  
Define unique factorization domain with example.
16. सिद्ध कीजिए कि यदि  $G$  एक ऑबेली समूह है तो  $G/Z(G)$  एक चक्रीय समूह होगा। जहाँ  $Z(G)$ ,  $G$  का केन्द्र हो।  
Prove that if  $G$  is abelian then  $G/Z(G)$  is cyclic where  $Z(G)$  is centre of  $G$ .

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास

कोर्स कोड : Course Code: CSSMM-08	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Differential Equations</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
--------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट- (Instructions)

Attempt any three questions section A and Four questions section B.

खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

**खण्ड - 'अ'**

**Section 'A'**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

**नोट :** किन्हीं तीन प्रश्नों का उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. Solve the differential equation.

अवकल समीकरण को हल करें।

$$\frac{dx}{dt} = my - nz, \frac{dx}{dt} = nz - lx,$$

$$\frac{dz}{dt} = lx - my$$

2. Show that the differential equation

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{Y^2}{b^2 + \lambda} = 1, \lambda$$

is a parameter is self orthogonal.

दिखायें कि अवकल समीकरण

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{Y^2}{b^2 + \lambda} = 1, \lambda, \text{ क प्राचलिक है, स्वलाम्बिक है।}$$

3. Solve the differential equation.

अवकल समीकरण को हल करें :

$$\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = t, \frac{dy}{dt} - 3x + 2y = e^{2t}$$

4. अवकरण समीकरण को हल करें।

$$\cos x (\cos x - \sin x \sin y) dx + \cos y (\cos y - \sin x \sin x) dy = 0$$

Solve the differential equation:

$$\cos x (\cos x - \sin x \sin y) dx + \cos y (\cos y - \sin x \sin x) dy = 0$$

5. प्राचलिक विचरण विधि द्वारा निम्न अवकल समीकरण को हल करें

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (1 - \cot x) \frac{dy}{dx} - y \cot x = \sin^2 x$$

Solve the following differential equation by the method variation of parameters.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (1 - \cot x) \frac{dy}{dx} - y \cot x = \sin^2 x$$

6. अवकल समीकरण को हल करें-  $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 2y = 2 \cos t - 7 \sin t$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x = 4 \cos t - 3 \sin t$$

Solve the differential equation.  $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 2y = 2 \cos t - 7 \sin t$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x = 4 \cos t - 3 \sin t$$

7. हल कीजिए (Solve): (a)  $\frac{dy}{dx} \sin(x+y) + \cos(x+y)$

(b) solve  $(1+y^2) dx = (\tan^{-1} y-x) dy$ .

8. हल कीजिए (Solve): (a)  $\frac{dy}{dx} + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$

(b)  $\frac{x^2 d^2y}{dx^2} + \frac{2x dy}{dx} - 2yx^2 \log x + 3x$

9. हल कीजिए (Solve): (a)  $\frac{dx}{mx-ny} = \frac{dy}{nx-lz} = \frac{dz}{ly-mx}$

(b)  $x(y^2 + z)p = y(x^3 + z)q = z(x^2 - y^2)$

**खण्ड - ब**  
**Section - B**  
लघु उत्तरीय प्रश्न  
Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12  
Maximum Marks: 12

**नोट :** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. अवकलन समीकरण को हल कीजिए।  $1 + y^2 + (x - e^{-\tan^{-1}y}) \frac{dy}{dx} = 0$   
Solve the differential equation:  $1 + y^2 + (x - e^{-\tan^{-1}y}) \frac{dy}{dx} = 0$
2. हल कीजिए (Solve)  $p = \log(px - y), p = \frac{dy}{dx}$
3. हल कीजिए (Solve)  $\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = xe^2 \sin x$
4. हल कीजिए (Solve)  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + 2y = x \log x$
5. हल कीजिए (Solve)  $\frac{dx}{mz - my} = \frac{dy}{nx - lz} = \frac{dz}{ly - mx}$
6. हल कीजिए (Solve)  $\frac{dx}{z^2 - 2yz - y^2} = \frac{dy}{y + z} = \frac{dz}{y - z}$
7. हल कीजिए (Solve)  $\frac{d^2y}{dx^2} = e^2 \cosh x, y(0) = \frac{1}{8}, \frac{dy}{dx} \text{ at } x = 0 = \frac{1}{4}$
8. हल कीजिए (Solve)  $\frac{d^2y}{dt^2} - 3x - 4y = 0$  and  $\frac{d^2y}{dt^2} + x + y = 0$
9. हल कीजिए (Solve)  $r + (a+b) & + abt = xy$
10. हल कीजिए (Solve)  $x^2 \frac{z^2}{2x^2} - y^2 \frac{z^2}{2y^2} = xy$
11. Solve the differential equation.

अवकल समीकरण को हल करें।

$$\frac{\ell dx}{mn(y-z)} = \frac{m dy}{n\ell(z-x)} = \frac{ndz}{\ell m(x-y)}$$

12. हल कीजिए (Solve) :

$$\frac{dx}{y^2} - \frac{dy}{x^2} = \frac{dz}{x^2 y^2 z^2}$$

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास

कोर्स कोड : Course Code: CSSMM-09	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Real Analysis</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
--------------------------------------	---	---------------------------------------

नोट- (Instructions)

Attempt any three questions section A and Four questions section B.

खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड - 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों का उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1.(a) (क) ज्ञात कीजिए।  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}$

Evaluate  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}$

(ख) यदि  $Y^{1/m} + Y^{-1/m} = 2x$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $(x^2 - 1) Y_{n+2} + (2n + 1) X Y_{n+1} + (n^2 - m^2) Y_n = 0$ , जहाँ  $Y_n$ ,  $Y$  का  $n$ वाँ अवकलन इंगित करता है।

(b) If  $Y^{1/m} + Y^{-1/m} = 2x$ , prove that  $(x^2 - 1) Y_{n+2} + (2n + 1) x y_{n+1} + (n^2 - m^2) Y_n = 0$ , where  $Y_n$  denotes the  $n$ th derivative of  $Y$ .

2. (क) अनुक्रम  $\{a_n\}$ , जहाँ  $a_n = \frac{1}{n}$ , का न्यूनतम तथा अधिकतम  $c$  ज्ञात कीजिए।

(a) Find the least upper bound and greatest lower bound of the sequence  $\{a_n\}$ , where

$$a_n = \frac{1}{n},$$

(ख) दिखाइए कि अनुक्रम  $\{a_n\}$ , जहाँ  $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ , अभिसारी है।



(b) Show that the sequence  $\{a_n\}$ , where  $a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ , is convergent.

3. (क) श्रेणी  $x + \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$  (x > 0) अभिसारी की सहायता को स्पष्ट कीजिए।

(a) Test the convergence of the series  $x + \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$  (x > 0)

(ख) श्रेणी  $\sum (-1)^n a_n$  के लिए लिबनीज टेस्ट को लिखकर सिद्ध कीजिए।

(b) State and prove leibnitz test for the series  $\sum (-1)^n a_n$ .

4. (क) ज्ञात कीजिए—  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^x - x^a}{x^x - a^a}$

Evaluate :  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^x - x^a}{x^x - a^a}$

(ख) यदि  $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \log\left(\frac{x}{n}\right)^n$  तो सिद्ध कीजिए कि  $x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$  जहाँ का के सापेक्ष  $n$ वाँ अवकलन इंगित करता है।

If,  $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \log\left(\frac{x}{n}\right)^n$  prove that  $x^2 y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + 2n^2 y_n = 0$  where  $y_n$  denotes the  $n^{\text{th}}$  derivation of  $y$  with respect to  $x$ .

5. (क) श्रेणी  $x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \dots$  (x > 0) की अभिसारी की सदृश्यता को स्पष्ट कीजिए।

Test the convergence of the series  $x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \dots$  (x > 0)

(ख) कोषी की मध्यमान प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Cauchy's Mean Value theorem.

6. (क) दिखाइए कि  $\{a_n\}$  अनुक्रम जहाँ  $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$  अभिसारी नहीं है।

Show that the sequence  $\{a_n\}$ , where  $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$  is not convergent.

(ख) अनुक्रम  $\{a_n\}$  जहाँ  $a_n = \pi - \frac{1}{4}$  का न्यूनतम तथा अधिकतम बद्ध ज्ञात कीजिए।

Find the least upper bound and greatest lower bound of the sequence  $\{a_n\}$ , where  $a_n = \pi - \frac{1}{4}$

7. दिखाइये कि  $[0,1]$  के वास्तविक संख्याओं का समूचय आबद्ध होगा।

(a) Show that set of real numbers in  $[0,1]$  is un bounded.

(b) अनुक्रम की  $\left\{\frac{2n^2}{n^2-3n-5}\right\}$  कन्वर्जेन्स का परीक्षण कीजिए।

Test the convergence of the sequence.  $\left\{ \frac{2n^2}{n^2-3n-5} \right\}$

8. ज्ञात कीजिए। (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-2\cos x - \cos 2x}{x^2}$

दिखाइये कि  $f(x) = \sin(1/3x)$  एक समान  $(0,1]$ सतत पर नहीं है।

(b) Show that  $f(x) = \sin(1/3x)$  is not uniformly continuous on  $(0,1]$ .

9. काशी-माध्य प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Cauchy mean value theorem.

**खण्ड - ब**  
**Section - B**  
लघु उत्तरीय प्रश्न  
Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12  
Maximum Marks: 12

**नोट :** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. दर्शाइए कि

$$\log[1+\sin x] = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \dots$$

Show that :

$$\log[1+\sin x] = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{12}x^4 + \dots$$

2. फलन  $f(x)$  के सतत् की विवेचना कीजिए जहाँ

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & , 0 < x < 1 \\ 4x - 3 & , 1 < x < 2 \end{cases}$$

Discuss the continuity of the function  $f(x)$ , where

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4 & , 0 < x < 1 \\ 4x - 3 & , 1 < x < 2 \end{cases}$$

3. काशी मध्यमान प्रमेय की सहायता से दर्शाइए कि यदि  $X > 0$ , तो

$$\log_{10}(x+1) = \frac{x \log_{10} e}{1+QX} \quad \infty \theta < \backslash$$

With the help of Cauchy's mean value theorem, show that if  $x > 0$ ,

$$\log_{10}(x+1) = \frac{x \log_{10} e}{1 + OX}, \quad \angle \theta \angle \setminus$$

4. अनुक्रम  $\{f_n\}$ , जहाँ

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

के समानता अभिसारी की जाँच कीजिए।

Test for uniform convergence, the sequence  $\{f_n\}$ , where

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

5. यदि  $f$  तथा  $g$ ,  $[a, b]$  में समाकलित हैं और  $f(x) \leq g(x) \quad \forall x \in [a, b]$ , तो सिद्ध कीजिए कि

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx.$$

If  $f$  and  $g$  are integrable in  $[a, b]$  and  $f(x) \leq g(x) \quad \forall x \in [a, b]$ , prove that

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx.$$

6. दर्शाइए कि श्रेणी

$$\cos x + \frac{\cos 2x}{2^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} + \dots$$

IR पर समानतः सतत् है।

Show that the series

$$\cos x + \frac{\cos 2x}{2^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} + \dots$$

Converges uniformly on IR.

7. दर्शाइये कि—  $e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{3!} - \frac{2^2x^4}{4!} - \frac{2^2x^5}{5!} + \dots$

Show that  $e^x \cos x = 1 + x - \frac{2x^3}{3!} - \frac{2^2x^4}{4!} - \frac{2^2x^5}{5!} + \dots$

8. फलन  $f(x) = \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}$ ,  $x \neq 0$ . के सतत् की विवेचना कीजिए।

Discuss the continuity of the function  $f(x) = \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}}$ ,  $x \neq 0$ .

9. श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(1+nx^2)}$ ,  $x \geq 0$  की समानता अभिसारी की जाँच कीजिए।

Test for uniform convergence the series  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(1+nx^2)}$ ,  $x \geq 0$

10. दर्शाइए कि  $(1-x) + x(1-x) + x^2(1-x) + \dots$  [0, b] श्रेणी में  $[<]$  समानतः सतत् है।

Show that the series  $(1 - x) + x(1 - x) + x^2(1 - x) + \dots$  converges uniformly in  $[0, b]$  if  $b < 1$ .

11. यदि  $a_0, a_1, \dots, a_n$  इस प्रकार वास्तविक संख्याएँ हैं कि  $\frac{a_0}{n+1} + \frac{a_1}{n} + \dots + \frac{a_n}{1} = 0$  तो दर्शाइयें कि समीकरण  $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0$  का कम से कम एक मूल 0 तथा 1 के बीच में है।  
 If  $a_0, a_1, \dots, a_n$  be real number such that  $\frac{a_0}{n+1} + \frac{a_1}{n} + \dots + \frac{a_n}{1} = 0$  then show that there exists at least one root of the equation  $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0$  between 0 and 1.

12. यदि  $f : [a, b] \rightarrow E^1$  में रिमॉन समाकलित है तो सिद्ध कीजिए  $\lambda f : [a, b] \rightarrow E^1, \lambda > 0$  अचर है, भी रिमॉन समाकलित है तथा  $\int_a^b \lambda f(x) dx = \lambda \int_a^b f(x) dx$ .

If function  $f : [a, b] \rightarrow E^1$  be Rirmann integrable, then prove that  $\lambda f : [a, b] \rightarrow E^1, \lambda > 0$  is fixed is also rirmann integrabl and  $\int_a^b \lambda f(x) dx = \lambda \int_a^b f(x) dx$ .

13. दिखाइये (Show that)  $e^x \cos x = 1 - x - \frac{2x^2}{3!} - \frac{2^2x^4}{4!} - \frac{2^2x^5}{5!} - \dots$

Show that:  $e^x \cos x = 1 - x - \frac{2x^2}{3!} - \frac{2^2x^4}{4!} - \frac{2^2x^5}{5!} - \dots$

14. श्रेणी  $\sum \cos\left(\frac{1}{n}\right)$  के अभिसारिता की जाँच करें।

Test the convergence of the series  $\sum \cos\left(\frac{1}{n}\right)$ .

15. ज्ञात कीजिए  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{en} - \log(1+x)}{x^2}$

Evaluable :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{en} - \log(1+x)}{x^2}$

16. दिखाइये कि आरबिट्ररी संघ अनावृत समुच्चयों का अनावृत होगा।

Show that arbitrary union of open sets is open.

# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास

कोर्स कोड : Course Code: CSSMM-10	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Numerical Analysis</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
--------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट- (Instructions)

Attempt any three questions section A and Four questions section B.

खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

खण्ड - 'अ'

Section 'A'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

नोट : किन्हीं तीन प्रश्नों का उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. लेगरॉन्ज विधि का उपयोग करके एक त्रिघातीय Polynomial को ज्ञात करें जो दिये गये आँकड़ों का करीबी मानों से हो।

Applying Lagrange's formula, find a cubic polynomial which approximates the following data

X	-2	-1	2	3
Y(x)	-12	-8	3	5

2. दिये गये टेबल x तथा  $e^x$  की सहायता से  $e^x$  का मान ज्ञात करें जब  $x = 0.644$  हो

From the given table of x and  $e^x$ , find the value of  $e^x$  when  $x = 0.644$ .

X	0.61	0.62	0.63	0.64	0.65	0.66	0.67
$y = e^x$	1.840431	1.858928	1.877610	1.896481	1.915541	1.934792	1.954237

3. क्रमेण विधि से दिये गये समीकरणों को हल करें।

Solve the following system of equations by cramer's rule :

$$2x + y + z = 10$$

$$3x + 2y + 3z = 18$$

$$x + 4y + 9z = 16$$

4. (क) दर्शाइए कि न्यूटन-राफसन विधि में असिसरण की कोटि दो है।  
Show that Newton-Raphson method has a convergence of order two.

5. दिया है (Given)

x	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	1	8	27	64	125	216	343	512

ज्ञात कीजिए (Find)  $f(7.5)$

6. लागरान्ज विधि से आंकड़ों के करीबी सतत मान ज्ञात करें।  
Using Lagrange formula for interpolation and

x	0	1	2	3	4
f(x)	3	6	11	18	27

तथा फलन को ज्ञात करें। find the function (fx).

7. सीम्लेक्स विधि द्वारा प्रश्न को हल कीजिए।

Using simplex method solve the problem.

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 5x_2 + 7x_3. \text{ Subject to } 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 100$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 100$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 100, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

8. ट्रॉन्सपोटेशन प्रश्न को हल कीजिए।

Solve the transportation problem.

From	To			supply
	1	2	3	
1	2	7	4	5
2	3	3	1	8
3	5	4	7	7
4	1	6	2	14
Demand	7	9	18	34

9. न्यूनतम एसीन्मेन्ट प्रश्न को हल कीजिए।

Solve the minimal assignment problem.

Man→ Job↓	1	2	3	4
I.	12	30	21	15
II.	18	33	9	31
III.	44	25	24	21
IV.	23	30	28	14

**खण्ड – ब**  
**Section - B**  
लघु उत्तरीय प्रश्न  
Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12  
Maximum Marks: 12

**नोट :** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. सिन्पसन्स के  $\frac{1}{3}$  नियम से समाकलन  $\int_1^{2.5} e^x dx$  का मान ज्ञात करें।

Evaluate the integral  $\int_1^{2.5} e^x dx$  by Simpson's  $\frac{1}{3}$ rd rule.

2. न्यूटन रॉफसन विधि से  $\sqrt{38}$  का मान दशमलव के चार स्थान तक ज्ञात करें।

Evaluate  $\sqrt{38}$  by Newton - Raphson method correct to four decimal places.

3. मैट्रिक्स में प्रतिलोम घात विधि को समझाएँ।

Explain the inverse power method in matrix.

4. लेगरॉन्ज के माध्य मान प्रमेय की व्याख्या करें।

Explain Lagrange's mean value theorem.

5. लेगरॉन्ज इन्टरपालेशन विधि का उपयोग करके फलन का स्वरूप दिये गये टेबल से ज्ञात करें।

Using Lagrange's interpolation formula, find the form of the function from the given table :

	0	1	3	4
Y	-12	0	12	24

6. मैट्रिक्स का प्रतिलोम ज्ञात करें :

Find inverse of the matrix :

	5	-2	4
A =	-2	1	1
	4	1	0

7. मध्यमान मूल्य प्रमेय लिखिए तथा सिद्ध कीजिए।

State and prove intermediate Value them.

8. ज्ञात कीजिए  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$  सिम्पसन के 1/3 और 3/8 नियम से।

Find  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$  by using simson's 1/3 and 3/8.

9. रंजे-कुट्टा विधि से y का करीबीमान ज्ञात कीजिए जब x=0.1 तथा x=0.2 और ज्ञात है कि x=0 पर y=1 तथा  $\frac{dy}{dx} = x + y$

Use Runge-Kutta method to approximate y, when x=0.1 and x=0.2 given that x=0

when y=1 and  $\frac{dy}{dx} = x + y$

10. सह खण्डज् विधि से प्रतिलाम आब्यूह ज्ञात कीजिए जब

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

By LU decom position method Find invrse of the matix when

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

11. विक्रेता समस्या को लिखें।

Write the sales man problems.

12. खेल विधि के उपयोग को लिखें।

Explain applications of game theory.

13. ऑपरेशन रीसर्च के उपयोग को लिखिये।

Write uses of operation research.

14. एसाइन्मेन्ट प्रश्न के हंगेरीयन विधि को समझाइये।

Explain Hungnrium method for assignment problem.



# उत्तर प्रदेश राजर्षि टण्डन मुक्त विश्वविद्यालय, प्रयागराज

विज्ञान (स्नातक) कार्यक्रम अधिन्यास

कोर्स कोड : Course Code: CSSMM-12	कोर्स शीर्षक:- (Course Title) <b>Linear Programming</b>	अधिकतम अंक : 30 Maximum Marks : 30
--------------------------------------	--	---------------------------------------

नोट- (Instructions)

Attempt any three questions section A and Four questions section B.

खण्ड अ से किन्हीं तीन तथा खण्ड ब से किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर दीजिये।

**खण्ड - 'अ'**

**Section 'A'**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Questions.

**नोट :** किन्हीं तीन प्रश्नों का उत्तर 800 से 1000 शब्दों में लिखें।

**Note:** All questions are compulsory. Each question should be answered in 800 to 1000 Words.

अधिकतम अंक: 18

Maximum Marks: 18

1. सीम्लेक्स विधि द्वारा प्रश्न को हल करें।

Using simplex method solve the problem.

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 5x_2 + 7x_3$$

$$\text{Subject to } 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 100$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 100$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 100, x_1 >, 0, x_2 >, 0, x_3 \geq 0.$$

2. न्यूनतम एसीन्मेन्ट प्रश्न को हल करें।

Solve the minimal assignment problem

<b>Man</b> →		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>Job</b> ↓	<b>I</b>	<b>12</b>	<b>30</b>	<b>21</b>	<b>15</b>
	<b>II</b>	<b>18</b>	<b>33</b>	<b>9</b>	<b>31</b>
	<b>III</b>	<b>44</b>	<b>25</b>	<b>24</b>	<b>21</b>
	<b>IV</b>	<b>23</b>	<b>30</b>	<b>28</b>	<b>14</b>

3. यूक्लिडीयन समष्टि के बारे में विस्तार से बताइये :  
Explain the Euclidean Space.
4. पदों को परिभाषित कर व्याख्या करें। (Define and explain the terms)  
(क) मैट्रिक्स का व्युत्क्रम (Invrse of Matrix)  
(ख) स्लैक चर(Slack Variable)  
(ग) बद्ध तथा खुला समुच्चय (Bounded and unbounded set)
5. प्रश्न का द्वैत लिखकर इसे हल करें। (Write down the dual of the problem and solve it)
- Minimize  $Z = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$   
Subject to  $5x_1 + 6x_2 - x_3 \leq 3$   
 $-2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 2$   
 $x_1 + 5x_2 - 3x_3 \leq 1$   
 $-3x_1 + 3x_2 - 7x_3 \leq b$
6. Solve the cost minimizing assignment where cost matrix is given by-

	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$
$J_1$	2	5	7	9
$J_2$	4	9	10	1
$J_3$	7	3	5	8
$J_4$	8	2	4	9

7. यूक्लिडीयन समष्टि के बारे में विस्तार से बताइये :  
Explain the Euclidean Space.
8. कृत्रिम चर विधि क्या है। वर्णन करें।  
What is Artificial Variable Method? Explain it.
9. परिवहन समस्या की विषिष्ट संरचना के बारे में बतायें।  
Explain about the Special Structure of the Transportation Problem?

**खण्ड – ब**  
**Section - B**  
लघु उत्तरीय प्रश्न  
Short Answer Questions.

अधिकतम अंक: 12  
Maximum Marks: 12

**नोट :** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर 200 से 300 शब्दों में लिखें।

**Note:** Write any four questions. Answer should be given in 200 to 300 Words.

1. ऑपरेशन रीसर्च के उपयोग को लिखें।  
Write uses of operation research.

2. साइनमेन्ट प्रश्न के लिए इंगेरीयन विधि को समझायें।  
Explain Hungnrium method for assignment problem.
3. खेल विधि के उपयोग को लिखें।  
Explain application of game theory.
4. ग्राफिकल विधि से स्पष्ट समस्या को हल करें।  
Solve the LPP Problem by graphical method.  
Max  $Z = 8X_1 + 7X_2$   
Subject to  $3x_1 + x_2 \leq 66000$   
 $x_1 + x_2 \leq 45000$   
 $x_1 \leq 20000$   
 $x_2 \leq 40000, x_1 \geq 0, X_1 \geq 0$ .
5. विक्रेता समस्या को लिखें।  
Write the sales Man problems.
6. नोट लिखें।  
Write short notes.  
(i) फिजीबल हल  
Feasible solution  
(ii) प्राइमल तथा डुअल हल  
Primal and Dual solution  
(iii) दो चरों में अधिकतम मान समस्या।  
Optimization problem in two variables.
7. ग्राफ द्वारा हल करें— Solve by graphical method.  
Minimize  $Z = 20x + 10y$   
Subject to  $x + 2y \leq 40$   
 $3x + y \leq 30$   
 $4x + 3y \leq 60$
8. दिखायें (Show that)  $S = \{(x, y): 3x^2 + 2y^2 \leq 5\}$  is convex set.
9. दिखायें (Show that)  $S = \{(1,2,3), (-1,1,2), (2,4,6)\}$  is Linearly dependent.
10. जैव विज्ञान में ऑपरेशन रीसर्च की उपयोगिता को लिखें।  
Write uses of operation research in life science.
11. सिद्ध कीजिए कि एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के सभी सुसंगत हलों का समुच्चय एक अवमुख समुच्चय होता है?  
Prove that all feasible salutation of Linear Programming Problems is convex Set?
12. ऊनविम समतल तथा अर्ध समष्टियाँ पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखें।  
Write the short note on Hyper Plane and Half Spaces